熟 稔 通 透

《数理经济学》教学设计创新汇报

汇报人：邓燕飞 经济学院

目 录 CONTENTS

教学分析

《线性代数》

《高等数学》

《宏观经济学》

《微观经济学》

技术工具 专业基础

前置课程

《数理经济学》

- 经济学/三年级
- 普通班专业选修课(年年班级爆满)
- 拔尖班专业必修课

此外还有《概率统计》、《时间序列分析》等也可视为前置课程。

教学分析

教学内容 | 教学目标 | 教学重点 | 学情分析 | 教学难点

引进教材+自编专著

数理经济学的基本方法（蒋中一）

高级宏观经济学0：数理基础与解析初步（邓燕飞）

教学内容

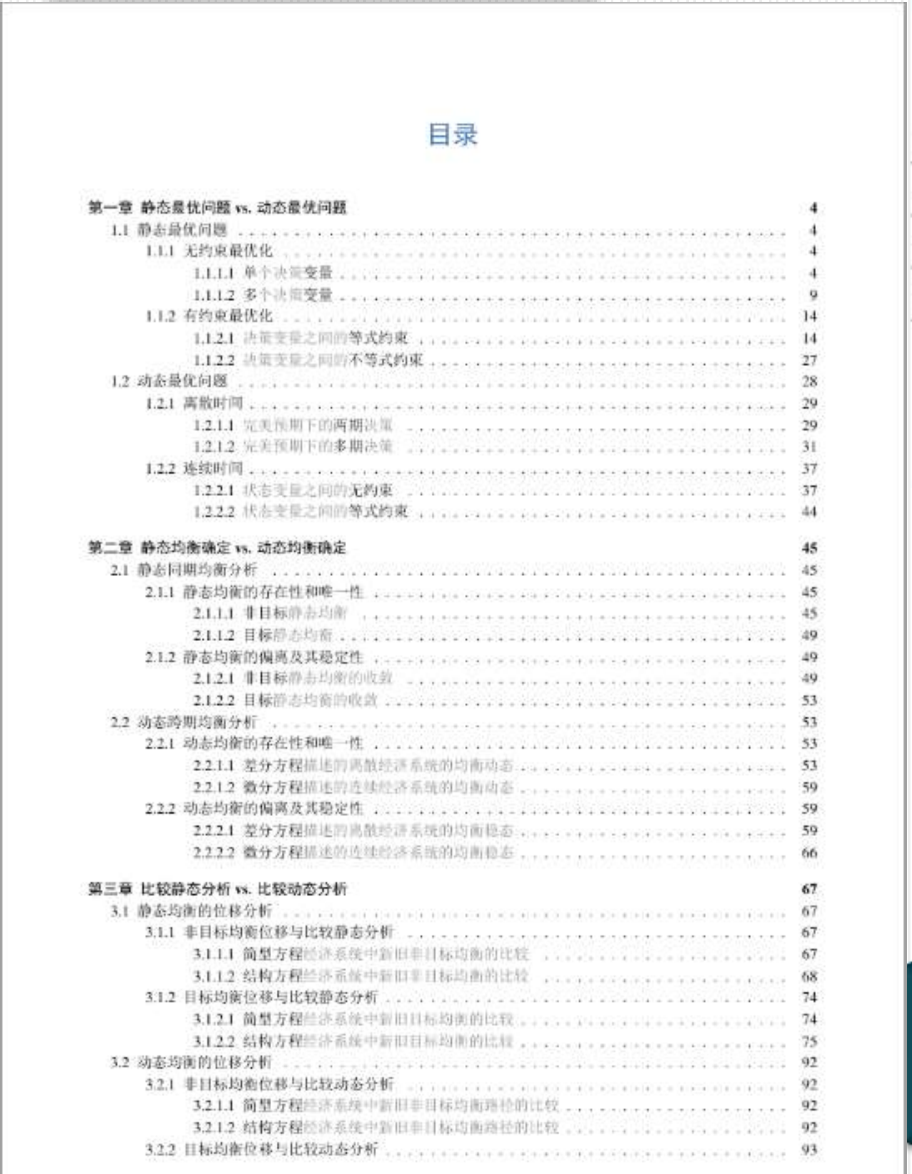
	Static Models		Dynamic Models			
	with Certainty	with Uncertainty	with Certainty		with Uncertainty	
	Moment		Discrete Time	Continuous Time	Discrete Time	Continuous Time
	Full Knowledge	Filtering	Perfect Foresight		Expectations or Learning	
Optimization Problems						
Equilibrium Discussion						
Equilibrium Comparison						

图源：汇报人教学主页

3学时

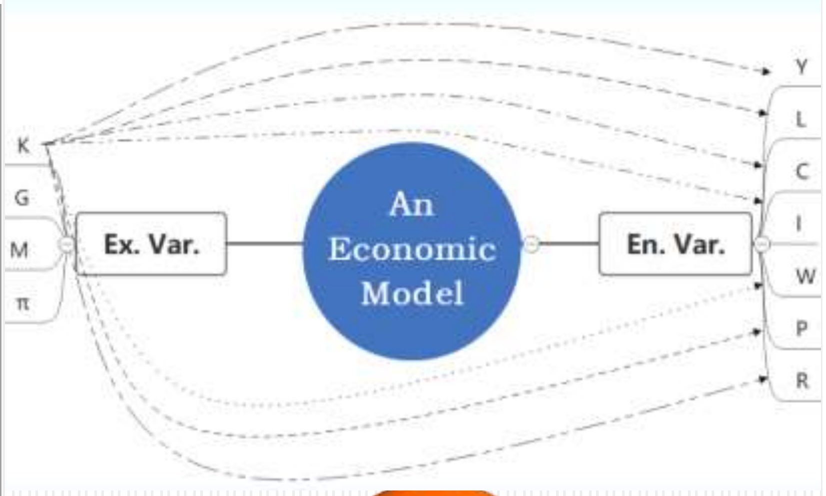
教学分析

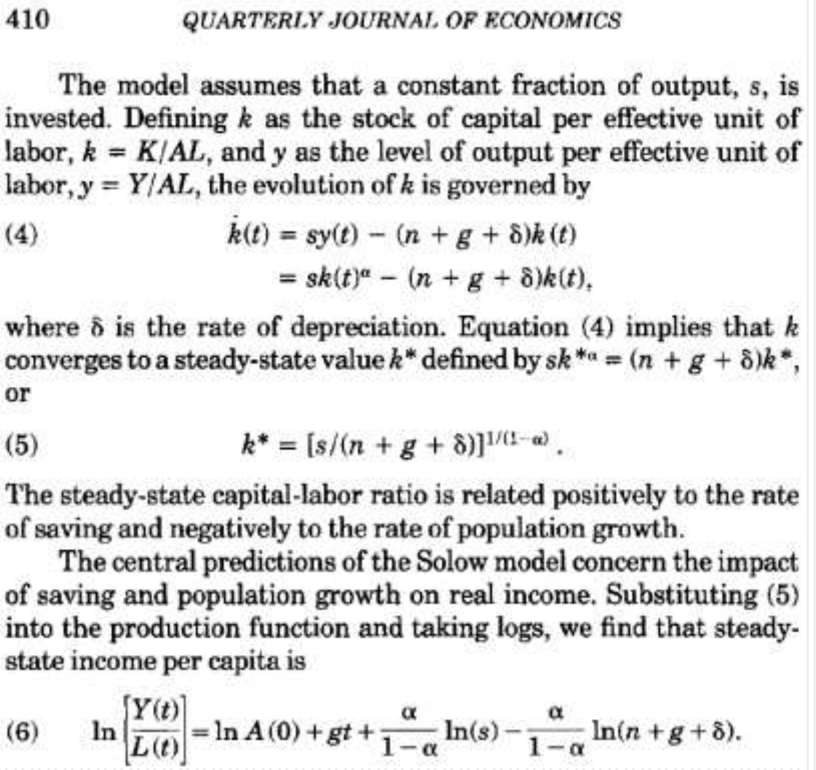
教学内容　**教学目标**　教学重点　学情分析　教学难点



目录

图注：汇报人专著中目录(上篇)





The model assumes that a constant fraction of output, s, is invested. Defining k as the stock of capital per effective unit of labor, $k = K/AL$, and y as the level of output per effective unit of labor, $y = Y/AL$, the evolution of k is governed by

$$\dot{k}(t) = sy(t) - (n + g + \delta)k(t) \tag{4}$$
$$= sk(t)^{\alpha} - (n + g + \delta)k(t),$$

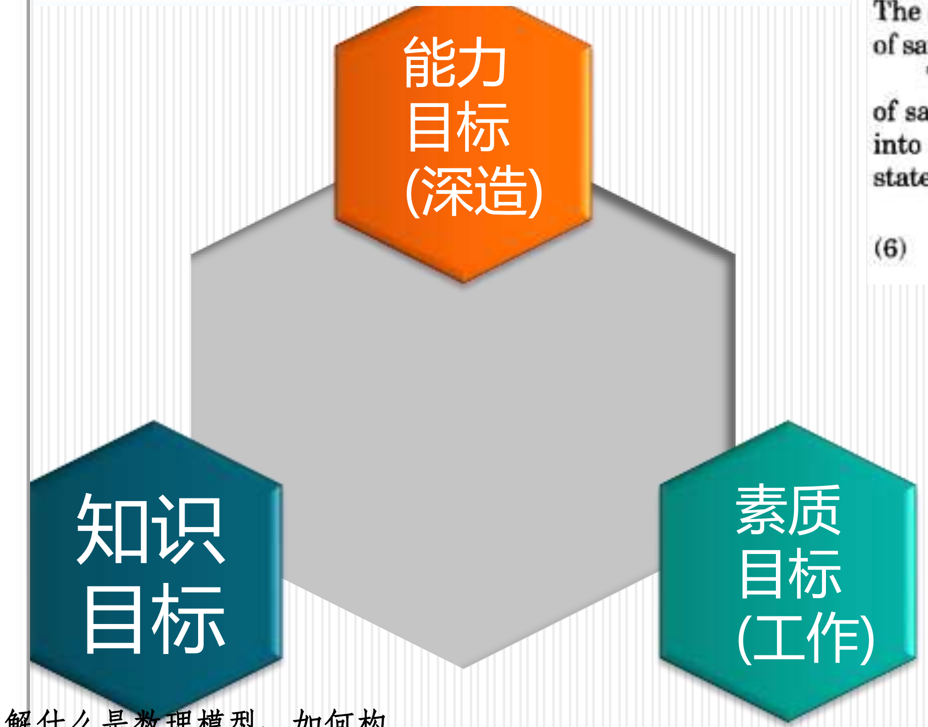
where δ is the rate of depreciation. Equation (4) implies that k converges to a steady-state value k^* defined by $sk^{*\alpha} = (n + g + \delta)k^*$, or

$$k^* = [s/(n + g + \delta)]^{1/(1-\alpha)}. \tag{5}$$

The steady-state capital-labor ratio is related positively to the rate of saving and negatively to the rate of population growth.

The central predictions of the Solow model concern the impact of saving and population growth on real income. Substituting (5) into the production function and taking logs, we find that steady-state income per capita is

$$\ln\left[\frac{Y(t)}{L(t)}\right] = \ln A(0) + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln(n + g + \delta). \tag{6}$$



系统了解什么是数理模型、如何构建、怎么看懂、初步知道怎么应用

静态最优（解决问题的思路）

动态最优（解决问题的步骤）

1

静态最优：无约束和等式约束(统一的邻域思想)

静态均衡：矩阵求逆和C(均衡的稳定性)

比较静态：隐函数法则(简型方程 vs. 结构方程)

数学(工具)+经济学(经典理论)

2

微观市场模型、国民收入模型、IS-LM模型、古典模型(RBC理论)、凯恩斯模型(DNK理论)

教学分析

学习困惑

学生争相选课是好现象，
但为什么而学？
数学和数理经济学的区别？

教授困难

知识点枯燥，难学
知识线交叉，难用
知识面庞杂，难教

学生基础不同、需求不同

学习主动性不够、上进心不强

教学分析

概念的理解：
系数 vs. 乘数
局部均衡 vs. 一般均衡
静态均衡 vs. 均衡稳态

数学到经济学的转变：
不同经济学假设对同一问题的不同处理：完全竞争 vs. 垄断竞争

演绎的细节：
增长率(对数的时间导) vs. 弹性(对数求导)
Lagrange方法的由来 vs. 从L到H(最优控制)
H矩阵 vs. H加边矩阵

断片或割裂：
上周听懂了，这周又忘了，
或稍作拓展后又听不懂了；
或书看懂了，论文看不懂

教学设计

跨时间、多平台

https://idengyf.github.io/teaching/

https://weibo.com/dengyfman0616

个人微博

个人主页

个人专著

板书

讲书

互动

教学设计

1

教学内容安排上的创新设计：

建立方便记忆和理解的知识分类

2

教学内容区分上的创新设计：

抓住关键差异

3

教学内容深化上的创新设计：

以旧带新

4

教学内容细化上的创新设计：

不放过有意义的细节

5

教学内容组合上的创新设计：

经典搭配前沿

教学设计

建立知识分类(内容安排创新)、抓住关键差异（内容区分创新）、以旧带新（内容深化创新）

	Static Models		Dynamic Models			
	with Certainty	with Uncertainty	with Certainty		with Uncertainty	
	Moment		Discrete Time	Continuous Time	Discrete Time	Continuous Time
	Full Knowledge	Filtering	Perfect Foresight		Expectations or Learning	
Optimization Problems						
Equilibrium Discussion						
Equilibrium Comparison						

例 2[ch1] 通过最优化问题的一阶必要条件可得到厂商部门的劳动力需求曲线：

$$F_L(K, L_d^{\otimes}) = \frac{W}{P}.$$

需求方程左侧 W/P 是劳动力投入的实际边际成本，在古典模型中，价格和工资都为弹性，同频联动，因此视其为整体；需求方程右侧 $F_L(K, L_d^{\otimes})$ 是劳动力投入的边际产出，其为外生资本和为使利润最优化所选择的劳动力这两个投入要素的函数。[1]

该方程中给出了目标函数取得极值时所选择的劳动力要素 $L_d^{\otimes}$，可称为合意的劳动力需求（为与任意的劳动力投入区分增加上标 $\otimes$）。由于并未给出具体的生产函数，劳动力需求曲线也只是具有一般函数形式，但 $L_d^{\otimes}$ 隐含地表示了会是有形资本 K 和实际工资 W/P 的函数，故而，

1) 给定有形资本，若要分析实际工资变动对合意劳动力需求的影响，则其为简型方程，影响乘数为原函数的导数或反函数的导数的倒数：

$$\frac{dL_d^{\otimes}}{d(W/P)} = \frac{1}{d(W/P)/dL_d^{\otimes}} = \frac{1}{F_{LL}}.$$

[1] 上述一阶条件可定义出实际边际成本 $MC^r \equiv (W/P)/F_L(K, L_d)$，名义边际成本自然为 $MC \equiv W/F_L(K, L_d)$，从而回到价格等于名义边际成本这一基本的关系式 ($P = MC$)。

2) 给定实际工资，倘要分析有形资本对合意劳动力需求的影响，则其为实质上为 $F_L(K, L_d^{\otimes}) = 0$ 式的结构方程，影响乘数可用隐函数法则得到：

$$\frac{dL_d^{\otimes}}{dK} = -\frac{F_{LK}}{F_{LL}}.$$

1.2.1 离散时间

1.2.1.1 完美预期下的两期决策

在双变量等式约束的静态最优化问题中，用 x 和 y 来表示这两个选择变量，为与两期离散时间更好地比较，不妨在静态最优化问题中，将 x 和 y 改成 x_1 和 x_2 分别表示静态时的两个选择变量。动态时，沿用 x_1 和 x_2 表示两个选择变量，但下标多了"时间"这层意思，表示的是在时间 $t = 1$ 时及 $t = 2$ 时的选择变量。

$$\left.\begin{aligned} \overset{\max}{\underset{\min}{\longleftrightarrow}}\ & v = f(x_1, x_2), \\ \text{s.t.}\ & g(x_1, x_2) = z. \end{aligned}\right\} \text{同期离散静态} \overset{\text{vs.}}{\Longleftrightarrow} \text{两期离散动态} \left\{\begin{aligned} \overset{\max}{\underset{\min}{\longleftrightarrow}}\ & v = f(x_1, x_2), \\ \text{s.t.}\ & g(x_1, x_2) = z. \end{aligned}\right.$$

比较后不难发现，尽管符号下标的含义不同，但离散时间的两期动态最优化问题与双变量等式约束的静态最优化问题在形式上完全一致。因此，此前介绍的消元法、全微分法和 Lagrange 乘数法依然奏效。

像离散时间中一样构造 Lagrange 函数，区别仅在于此前是求和算子，而现在变成了积分算子：

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(t) &= \int_0^T \{U[C(t)] + \lambda(t)\,[rS(t) + Y(t) - C(t) - \dot{S}(t)]\}\,dt, \\
&= \int_0^T \Big\{\underbrace{U[C(t)] + \lambda(t)\,[rS(t) + Y(t) - C(t)]}_{\text{即得 Hamilton 函数，简记为}\mathcal{H}(t)} - \lambda(t)\dot{S}(t)\Big\}\,dt, \\
&= \int_0^T \{\mathcal{H}[t, S(t), C(t), \lambda(t)] - \lambda(t)\dot{S}(t)\}\,dt, \\
&\quad \frac{\partial \mathcal{L}(t)}{\partial \lambda(t)} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \mathcal{H}(t)}{\partial \lambda(t)} - \dot{S}(t) = 0 \\
&= \int_0^T \mathcal{H}[t, S(t), C(t), \lambda(t)]\,dt - \int_0^T \underbrace{\lambda(t)\dot{S}(t)}_{\text{分部积分}}\,dt, \\
&= \int_0^T \mathcal{H}[t, S(t), C(t), \lambda(t)]\,dt - \Big\{\overbrace{[\lambda(t)S(t)]_0^T - \int_0^T \dot{\lambda}(t)S(t)\,dt}^{ab' = (ab)' - a'b}\Big\}, \\
&= \int_0^T \mathcal{H}[t, S(t), C(t), \lambda(t)] + \dot{\lambda}(t)S(t)\,dt - [\lambda(t)S(t)]_0^T, \\
&= \int_0^T \mathcal{H}[t, S(t), C(t), \lambda(t)] + \dot{\lambda}(t)S(t)\,dt - [\lambda(T)S(T) - \lambda(0)S(0)], \\
&= \int_0^T \mathcal{H}[t, S(t), C(t), \lambda(t)] + \dot{\lambda}(t)S(t)\,dt - (0 - 0). \\
&\quad \frac{\partial \mathcal{L}(t)}{\partial S(t)} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \mathcal{H}(t)}{\partial S(t)} + \dot{\lambda}(t) = 0
\end{aligned}$$

其中 Lagrange 乘子此时也被称为 Hamilton 函数的共态变量或协变量，一阶必要条件为：

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}(t)}{\partial C(t)} &= 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}(t)}{\partial S(t)} &= 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}(t)}{\partial \lambda(t)} &= 0. \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}(t)}{\partial C(t)} &= 0, \\ \frac{\partial \mathcal{H}(t)}{\partial S(t)} &= -\dot{\lambda}(t), \\ \frac{\partial \mathcal{H}(t)}{\partial \lambda(t)} &= \dot{S}(t). \end{aligned}\right.$$

图源：截自汇报人专著

教学设计

在有意义的细节上不厌其烦（内容细化创新）

II. 无穷期

例 13-2. 禀赋经济体的无穷期消费决策

沿用下标 t 来表示无穷期动态最优化问题也更方便，$t=1\to T\to\infty$ 从而有 $t=1\to\infty$ 表示有限期转至无穷期：

$$\left.\begin{array}{l}\max\limits_{\{C_t\}_{t=1}^{\infty}} U_1 \equiv \sum\limits_{t=1}^{\infty}\beta^{t-1}U(C_t),\\ \text{s.t.}\quad \left.\begin{cases} C_t+S_t \le (1+r)S_{t-1}+Y_t,\\ 0\le C_t.\end{cases}\right\} t=1,2,\dots,\infty.\\ \text{给定 } S_0=0=\lim\limits_{t\to\infty}S_t.\end{array}\right\} \xRightarrow[C_t<\infty]{C_t>0} \left\{\begin{array}{l}\max\limits_{\{C_t\}_{t=1}^{\infty}} U_1 \equiv \sum\limits_{t=1}^{\infty}\beta^{t-1}U(C_t),\\ \text{s.t.}\quad C_t+S_t=(1+r)S_{t-1}+Y_t,\\ \qquad\quad t=1,2,\dots,\infty.\\ \text{给定 } S_0=0=\lim\limits_{t\to\infty}S_t.\end{array}\right.$$

其中，$0<C_t<\infty$ 源自前述 Inada 条件。

前面有同期替代弹性 $\epsilon\to1$ 时，CES 函数退化为 CD 函数；此处当跨期替代弹性 $\sigma\to1$ 时，CIES 函数退化为对数函数，因为：

$$\begin{aligned} U(C) &= \frac{C^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}},\\ \Rightarrow\quad \lim_{\sigma\to1}U(C) &= \lim_{\sigma\to1}\frac{C^{1-\frac{1}{\sigma}}-1}{1-\frac{1}{\sigma}},\\ \xRightarrow{\text{l'Hôpital 法则}}\quad &= \lim_{\sigma\to1}\frac{\frac{1}{\sigma^2}C^{1-\frac{1}{\sigma}}\log C}{\frac{1}{\sigma^2}},\\ &= \log C.\end{aligned}$$

ii) 合意投入要素间的替代弹性

同于效用函数的形式设定，令生产函数为：

$$Q_s = A\left[\alpha K_d^{\Lambda}+(1-\alpha)L_d^{\Lambda}\right]^{\frac{1}{\Lambda}} \overset{\text{据}}{=} A\left[\alpha K_d^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}+(1-\alpha)L_d^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}.$$

稍作移项后两边取对数：

$$\log\frac{Q_s}{A}=\frac{\log\left[\alpha K_d^{\Lambda}+(1-\alpha)L_d^{\Lambda}\right]}{\Lambda}\overset{\text{据}}{=}\frac{\log\left[\alpha K_d^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}+(1-\alpha)L_d^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}\right]}{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}.$$

当 $\Lambda\to0$ 或 $\epsilon\to1$ 时，上述两式右侧分子分母都逼近于 0，用 L'Hôpital 法则可求极限：

$$\begin{aligned}\lim_{\Lambda\to0}\log\frac{Q_s}{A} &= \lim_{\Lambda\to0}\frac{\mathrm{d}\{\log\left[\alpha K_d^{\Lambda}+(1-\alpha)L_d^{\Lambda}\right]\}/\mathrm{d}\Lambda}{\mathrm{d}\Lambda/\mathrm{d}\Lambda},\\ &= \lim_{\Lambda\to0}\frac{\alpha K_d^{\Lambda}\log K_d+(1-\alpha)L_d^{\Lambda}\log L_d}{\alpha K_d^{\Lambda}+(1-\alpha)L_d^{\Lambda}},\\ &= \frac{\alpha\log K_d+(1-\alpha)\log L_d}{\alpha+(1-\alpha)},\\ &= \log\left(K_d^{\alpha}L_d^{1-\alpha}\right).\\ \Rightarrow\quad \lim_{\Lambda\to0}Q_s &= AK_d^{\alpha}L_d^{1-\alpha}.\end{aligned}$$

上述条件下，CES 形式的生产函数有所变形，退化为 Cobb-Douglas (CD) 形式。

例 4. 需求弹性和供给弹性

给定变量 y 是时间 t 的函数，即 $y=y(t)$，则有增长率的表达式为：

$$g_y \equiv \frac{\mathrm{d}\log y(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\log y(t)}{\mathrm{d}y(t)}\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{y(t)}\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}y(t)/\mathrm{d}t}{y(t)}=\frac{y'(t)}{y(t)}=\frac{\mathrm{d}y/\mathrm{d}t}{y}=\frac{\text{边际函数}}{\text{总函数}}.$$

可类比地，设有 $y=f(x)$，y 对 x 的弹性被定义为 x 产生 1 单位的变动率引起的 y 的变动率的幅度（用其绝对值来度量某一特定点 $x=x_0$ 处是否有弹性），即 $(\Delta y/y)/(\Delta x/x)$，用微分近似后又被称为点弹性，即 $(\mathrm{d}y/y)/(\mathrm{d}x/x)$，但又可表示为对 log y 取 log x 的导数，因为：

$$\epsilon_{yx}\equiv\left|\frac{\mathrm{d}\log y}{\mathrm{d}\log x}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}\log y}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\frac{1}{\frac{\mathrm{d}\log x}{\mathrm{d}x}}\right|=\left|\frac{1}{y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\frac{1}{\frac{1}{x}}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}y/y}{\mathrm{d}x/x}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}y/\mathrm{d}x}{y/x}\right|=\left|\frac{\text{边际函数}}{\text{平均函数}}\right| \gtreqless 1 \begin{Bmatrix}\text{富有弹性}\\ \text{单位弹性}\\ \text{缺乏弹性}\end{Bmatrix}\text{不变弹性}.$$

图源：截自汇报人专著

经典搭配前沿（内容组合创新）

I. 两个信号

私人信号和公共信号。

例 3. Keynes 选美模型[2]

[2] 本例改编自[La'O2017]。

$$\min_{p_i} \mathcal{L}^e = \mathbb{E}\{[(1-\omega)(p_i - \overbrace{p^*}^{\text{合意价格}})^2 + \overbrace{\omega}^{\text{战略互动}}(p_i - \underbrace{\overbrace{p}^{\text{总价格水平}}}_{\int p_j dj})^2] | I_i\}.$$

$$\text{s.t.}\quad I_i = (x_i, z), \begin{cases} x_i = p^* + \xi_i, & \xi_i \sim N(0, \frac{1}{\kappa_x}) \\ z = p^* + \zeta, & \zeta \sim N(0, \frac{1}{\kappa_z}) \end{cases} \Rightarrow \mathbb{E}_i p^* \equiv \mathbb{E}(p^*|I_i) = \frac{\kappa_x}{\kappa_x+\kappa_z}\underbrace{x_i}_{\text{个人信号}} + \frac{\kappa_z}{\kappa_x+\kappa_z}\underbrace{z}_{\text{公共信号}}.$$

为便于区分私人信号和公共信号的精度，精度下标的符号已稍作调整：

$$\begin{cases} \kappa_x \equiv \kappa_\xi = \frac{1}{\sigma_\xi^2}; \\ \kappa_z \equiv \kappa_\zeta = \frac{1}{\sigma_\zeta^2}. \end{cases}$$

虽然潜变量 p^* 不可观测，但有私人信号和公共信号的一组观测方程对最优决策提供辅助信息。目标函数表达的是基于包括私人信号和公共信号的信息集作出尽可能靠近不可观测的合意价格水平 p^* 的最优定价，一阶必要条件为：

$$\frac{\partial \mathcal{L}^e}{\partial p_i} = 0 = 2\mathbb{E}\{[(1-\omega)(p_i - p^*) + \omega(p_i - p)]|I_i\},$$

$$\Rightarrow \quad p_i^e = (1-\omega)\mathbb{E}(p^*|I_i) + \omega\mathbb{E}(p|I_i),$$

$$\equiv (1-\omega)\mathbb{E}_i p^* + \omega\mathbb{E}_i p, \quad \begin{cases} \omega \in (0,1), & \text{战略互补} \\ \omega = 0, & \text{战略无关} \\ \omega < 0, & \text{战略替代} \end{cases}$$

① 完全信息理性预期时有：

$$p_i^e = (1-\omega)p^* + \omega p,$$

$$\xrightarrow[\text{对称性}]{p_i^e = p_j^e = p^* = p} \quad p_i^e = p^*, \quad \forall i, \quad \begin{cases} \omega < 1, & \text{唯一平稳解} \\ \omega > 1, & \text{唯一非稳解} \\ \omega = 1, & \text{无穷多个解} \end{cases}$$

② 不完全信息理性预期时：

图源：截自汇报人专著

② 不完全信息理性预期时：

$$p_i^e = (1-\omega)\mathbb{E}_i p^* + \omega\mathbb{E}_i p,$$

$$\xrightarrow{\text{猜想}} \quad p_i^e = \phi_x x_i + \phi_z z,$$

$$\Rightarrow \quad p = \int p_i^e di = \phi_x \int x_i di + \phi_z z = \phi_x \int (p^* + \xi_i) di + \phi_z z = \phi_x p^* + \phi_z z,$$

$$\Rightarrow \quad p_i^e = (1-\omega)\mathbb{E}_i p^* + \omega\mathbb{E}_i(\overbrace{\phi_x p^* + \phi_z z}^{p}),$$

$$= (1-\omega+\omega\phi_x)\mathbb{E}_i p^* + \omega\phi_z z,$$

$$= (1-\omega+\omega\phi_x)\overbrace{\left(\frac{\kappa_x}{\kappa_x+\kappa_z}x_i + \frac{\kappa_z}{\kappa_x+\kappa_z}z\right)}^{\mathbb{E}_i p^*} + \omega\phi_z z,$$

$$= \underbrace{\left[(1-\omega+\omega\phi_x)\frac{\kappa_x}{\kappa_x+\kappa_z}\right]}_{\phi_x} x_i + \underbrace{\left[(1-\omega+\omega\phi_x)\frac{\kappa_z}{\kappa_x+\kappa_z} + \omega\phi_z\right]}_{\phi_z} z.$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} \phi_x = (1-\omega+\omega\phi_x)\frac{\kappa_x}{\kappa_x+\kappa_z}, \\ \phi_z = (1-\omega+\omega\phi_x)\frac{\kappa_z}{\kappa_x+\kappa_z} + \omega\phi_z. \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{唯一解}} \quad \begin{cases} \phi_x = \frac{(1-\omega)\kappa_x}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z}, \\ \phi_z = \frac{\kappa_z}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z}. \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\omega=0]{\text{①战略无关}} \quad \begin{cases} \phi_x = \frac{\kappa_x}{\kappa_x+\kappa_z} \\ \phi_z = \frac{\kappa_z}{\kappa_x+\kappa_z} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p_i^e = \frac{\kappa_x}{\kappa_x+\kappa_z}x_i + \frac{\kappa_z}{\kappa_x+\kappa_z}z = \mathbb{E}_i p^* = (1-0)\mathbb{E}_i p^* + 0p. \\ p = \frac{\kappa_x}{\kappa_x+\kappa_z}p^* + \frac{\kappa_z}{\kappa_x+\kappa_z}z. \end{cases}$$

$$\xrightarrow[0<\omega<1]{\text{②战略互补}} \quad \begin{cases} \overbrace{\phi_x = \frac{(1-\omega)\kappa_x}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z} < \frac{\kappa_x}{\kappa_x+\kappa_z}}^{\text{在个人信号上的权重少些}} \\ \underbrace{\phi_z = \frac{\kappa_z}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z} > \frac{\kappa_z}{\kappa_x+\kappa_z}}_{\text{在公共信号上的权重多些}} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p_i^e = \frac{(1-\omega)\kappa_x}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z}x_i + \frac{\kappa_z}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z}z, \\ p = \frac{(1-\omega)\kappa_x}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z}p^* + \frac{\kappa_z}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z}z, \\ \quad = \frac{(1-\omega)\kappa_x}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z}p^* + \frac{\kappa_z}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z}\overbrace{(p^*+\zeta)}^{z}, \\ \quad = p^* + \frac{\kappa_z}{(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z}\zeta. \end{cases}$$

由于系数 $\kappa_z/[(1-\omega)\kappa_x+\kappa_z]$ 是 ω 的增函数，可见在 $0<\omega<1$ 的区间内，越强的战略互补性会放大公共信号中的噪音 ζ 对总价格水平（社会平均行动）的影响。

以上是用待定系数法求解，还可用迭代法：

教学设计

爱国思想 (思政元素融入创新)

西方在关键技术上卡脖子，师夷长技以实现中华民族的伟大复兴。

助力宏观政策实施更科学，推动经济高质量发展和人民共同富裕。

授课视野创新

相同课程

教学文献检索：全国乃至全球名校的本门课程怎么上

不同课程

本课程与本专业其他课程的内在联系与区别

教学过程

课前准备 课堂实施 课后提升

Nathan Balke	Jordi Gali	Gregory Mankiw	Thomas Sargent
Laurence Ball	Mark Gertler	Bennett McCallum	Stephanie Schmitt-Grohe
Ronald Benabou	Kevin Grier	Allen Meltzer	Frank Schorfheide
Olivier Blanchard	Robin Grier	Casey Mulligan	Christopher Sims
Craig Burnside	Joseph Haslag	Christopher Otrok	Lars Svensson
V.V. Chari	Peter Ireland	Edward Prescott	Ellis Tallman
Lawrence Christiano	Aubhik Kahn	Sergio Rebelo	Julia Thomas
Dean Corbae	Patrick Kehoe	Ricardo Reis	Mark Watson
William Dupor	Robert King	Richard Rogerson	Noah Williams
Martin Eichenbaum	Finn Kydland	Julio Rotemberg	Michael Woodford
Walter Enders	Eric Leeper	Juan Rubio-Ramirez	Randall Wright
Jesus Fernandez-Villaverde	Robert Lucas, Jr		

The Macro Field

▼ Some

- Aadland, David
- Acemoglu, Daron
- Afrouzi, Hassan
- Angeletos, George-Marios
- Azariadis, Costas
- Baley, Isaac
- Blinder, Alan S.
- Brainard, William
- Carlin, Wendy
- Carroll, Christopher
- Christiano, Lawrence
- Cochrane, John H.
- Coibion, Olivier
- Collard, Fabrice
- Edmond, Chris
- Ellison, Martin
- Fernández-Villaverde, Jesús

- Zha, Tao
- Zhang, Jun
-

▼ More

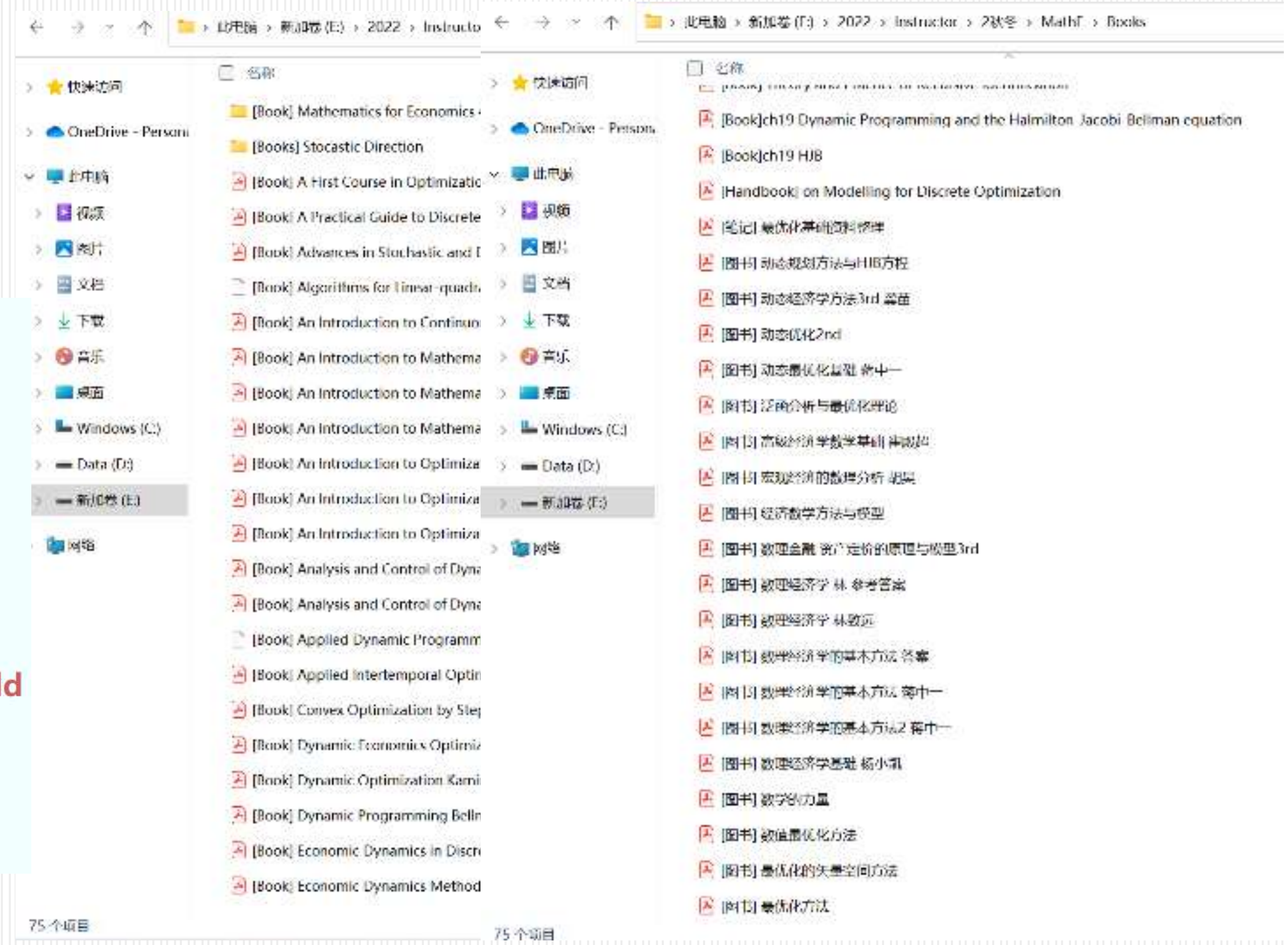
- Fernández, Èric Roca
- Spencer, Adam Hal
- Alphabetical Index
- Economics Links

The Money and Finance Field

▼ Some

- Brunnermeier, Markus K.
- Wright, Randall

图源：截自汇报人教学主页



图源：汇报人个人电脑文件夹

402 数理经济学的基本方法

$$\pi_1\left(=\frac{\partial\pi}{\partial Q_1}\right)=P_{10}-4Q_1-Q_2,$$
$$\pi_2\left(=\frac{\partial\pi}{\partial Q_2}\right)=P_{20}-Q_1-4Q_2, \quad (11.29)$$

令二者等于零，为满足最大化的必要条件，我们得到联立方程

$$4Q_1+Q_2=P_{10},$$
$$Q_1+4Q_2=P_{20},$$

产生唯一解

$$Q_1^*=\frac{4P_{10}-P_{20}}{15} \quad 和 \quad Q_2^*=\frac{4P_{20}-P_{10}}{15}.$$

因此，若 $P_{10}=12$，$P_{20}=18$，我们有 $Q_1^*=2$，$Q_2^*=4$，这意味着单位时间的最大利润为 $\pi^*=48$。

为确认此值的确是最大利润，我们来检验二阶条件。从(11.29)中的偏导数得到的二阶偏导数得出如下海塞行列式

$$|H|=\begin{vmatrix}\pi_{11} & \pi_{12}\\ \pi_{21} & \pi_{22}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-4 & -1\\ -1 & -4\end{vmatrix}.$$

因 $|H_1|=-4<0$，$|H_2|=15>0$，海塞矩阵(或 d^2z)为负定，此解确实使利润最大化。事实上，由于本例中主子式的符号与其在何处计值无关，所以在本例中，d^2z 处处为负定。因此，根据(11.25)，目标函数必定为严格凹函数，上面所求得的最大利润实际上是唯一的绝对极大值。

例2 现在我们把例1移植到垄断市场环境中。由于这一新的市场结构假设，收益函数必须修正以反映这样的事实：两产品价格将随其产出水平(这里假设产出水平与销售水平一致，不考虑存货积累)的变化而变化。当然，价格随产出水平变化的确切方式还有待于从厂商两种产品的需求函数中求出。

假设对垄断厂商产品的需求函数如下：

$$Q_1=40-2P_1+P_2,$$
$$Q_2=15+P_1-P_2, \quad (11.30)$$

以上两个方程揭示出，这两种商品在消费中存在着某种联系。具体地说，它们是替代品，因为一种商品价格的提高将提高对另一商品的

第11章 多于一个选择变量的情况 403

需求。正如(11.30)给出的那样，需求量 Q_1 和 Q_2 是价格的函数，但就我们现在的目的而言，将价格 P_1 和 P_2 表示成 Q_1 和 Q_2 的函数，即两个产品的平均收益函数要更方便一些。因为(11.30)可以重写成

$$-2P_1+P_2=Q_1-40,$$
$$P_1-P_2=Q_2-15,$$

将 Q_1、Q_2 视为参数，我们可应用克莱姆法则解 P_1 和 P_2 如下：

$$P_1=55-Q_1-Q_2,$$
$$P_2=70-Q_1-2Q_2, \quad (11.30')$$

因为 $P_1=AR_1$，$P_2=AR_2$，所以这两个函数构成了所求的平均收益函数。

因而，厂商的总收益函数可以写成

$$\begin{aligned}R&=P_1Q_1+P_2Q_2\\&=(55-Q_1-Q_2)Q_1+(70-Q_1-2Q_2)Q_2 \quad [由(11.30')]\\&=55Q_1+70Q_2-2Q_1Q_2-Q_1^2-2Q_2^2,\end{aligned}$$

若我们再假设总成本函数为

$$C=Q_1^2+Q_1Q_2+Q_2^2,$$

则利润函数将为

$$\pi=R-C=55Q_1+70Q_2-3Q_1Q_2-2Q_1^2-3Q_2^2, \quad (11.31)$$

这是一个有两个选择变量的目标函数。一旦求出利润最大化的产出水平 Q_1^* 和 Q_2^*，最优价格水平 P_1^* 和 P_2^* 便可由(11.30')轻松求出。

目标函数产生如下两个一阶和二阶偏导数：

$$\pi_1=55-3Q_2-4Q_1, \quad \pi_2=70-3Q_1-6Q_2,$$
$$\pi_{11}=-4, \quad \pi_{12}=\pi_{21}=-3, \quad \pi_{22}=-6,$$

为满足 π 最大化的一阶条件，我们必须有 $\pi_1=\pi_2=0$，即

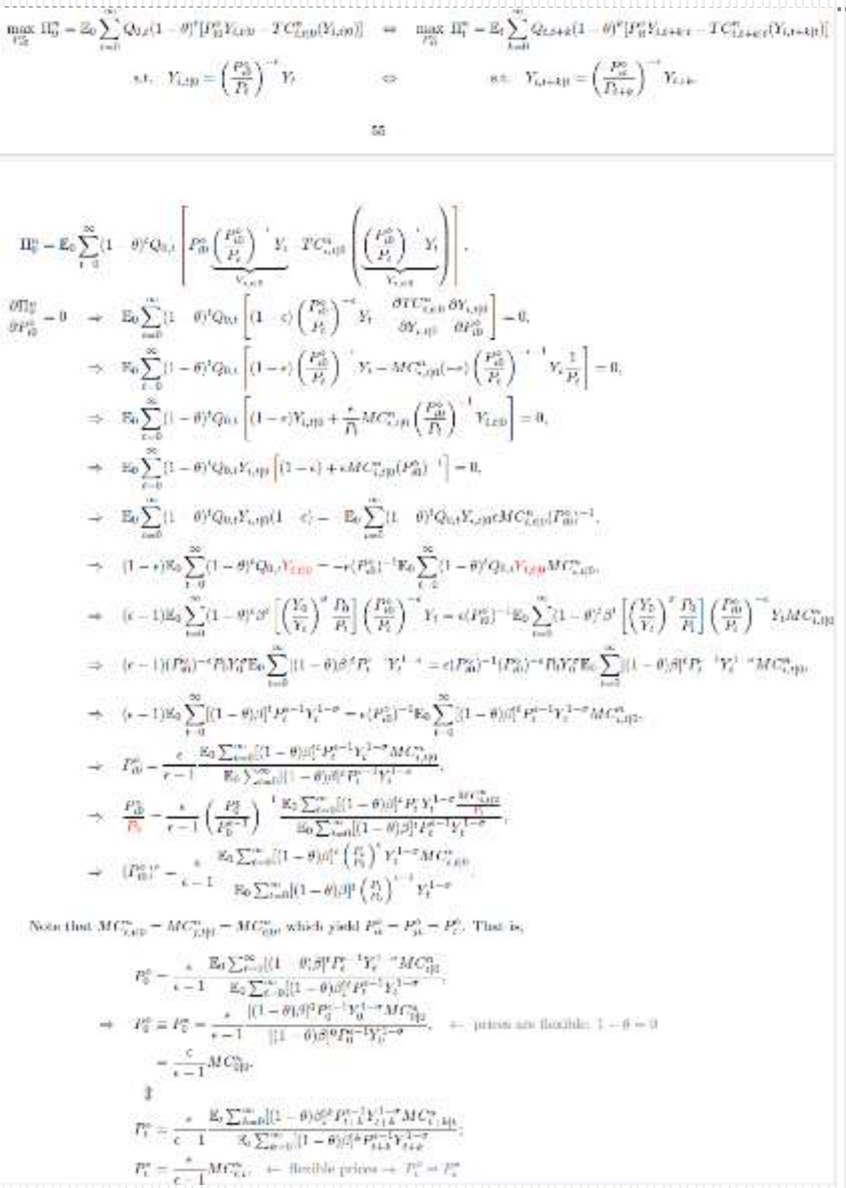
$$4Q_1+3Q_2=55,$$
$$3Q_1+6Q_2=70,$$

因此，单位时间的产出水平为

$$(Q_1^*,Q_2^*)=\left(8,7\frac{2}{3}\right).$$

分别将此结果代入(11.30')和(11.31)，我们求得

图源：截自《数理经济学的基本方法》（蒋中一）



图源：截自汇报人讲义

教学过程

课前准备 | **课堂实施** | 课后提升

具体实施1

具体实施2

具体实施3

具体实施4

总体框架

总体套路

前情回顾

核心方程

其他方程

结论解读

教学过程

课前准备 课堂实施 课后提升

具体实施1

具体实施2

具体实施3

具体实施4

01 回归经典：全程板书

不带参考书、不用PPT、甚至无需一页提示的纸

02 现代平台：个人主页

建立个人教学主页，充实教学资料库

03 知识系统：自编讲义

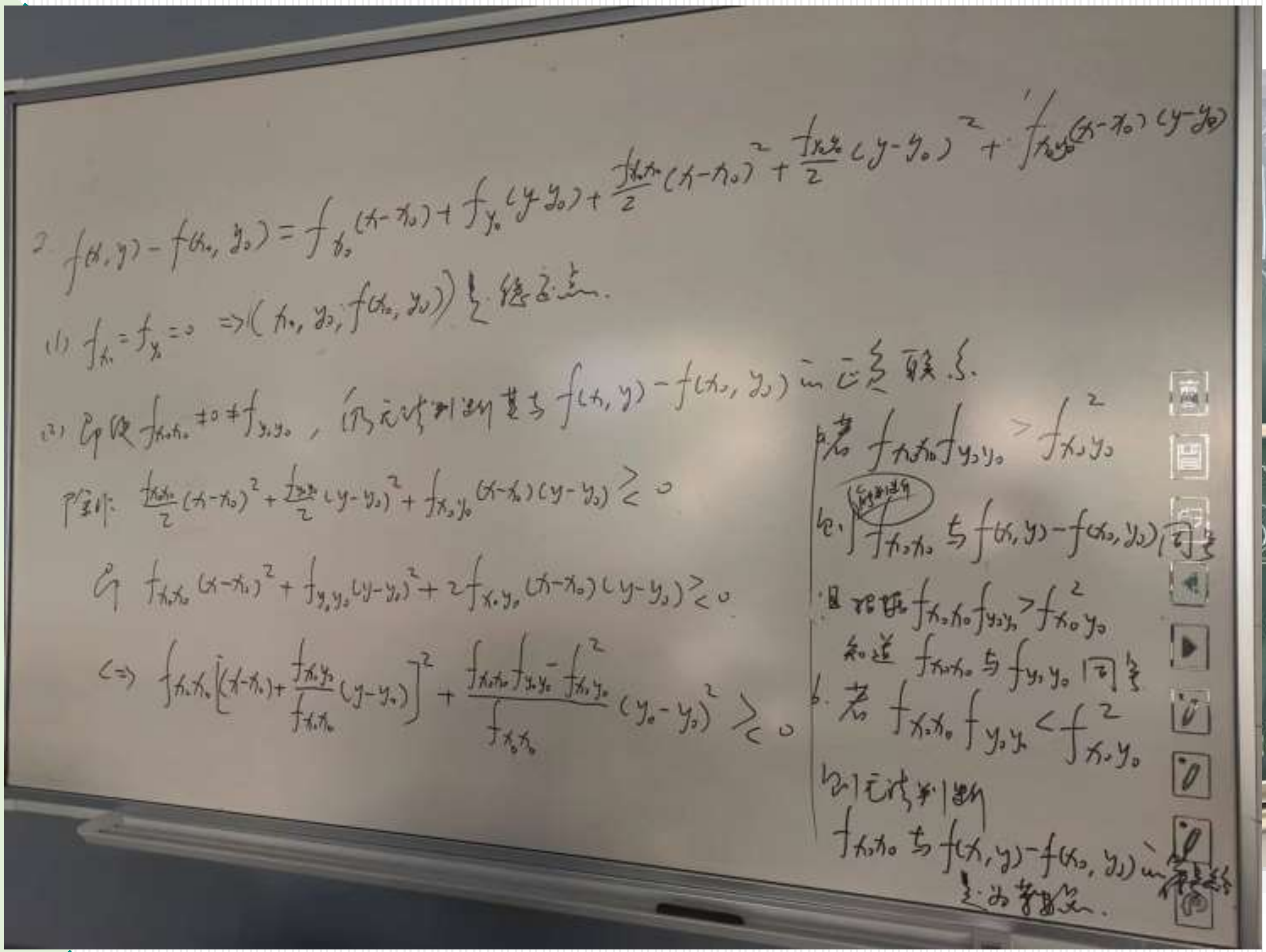
做足台下功夫

04 通透讲解：统一方法

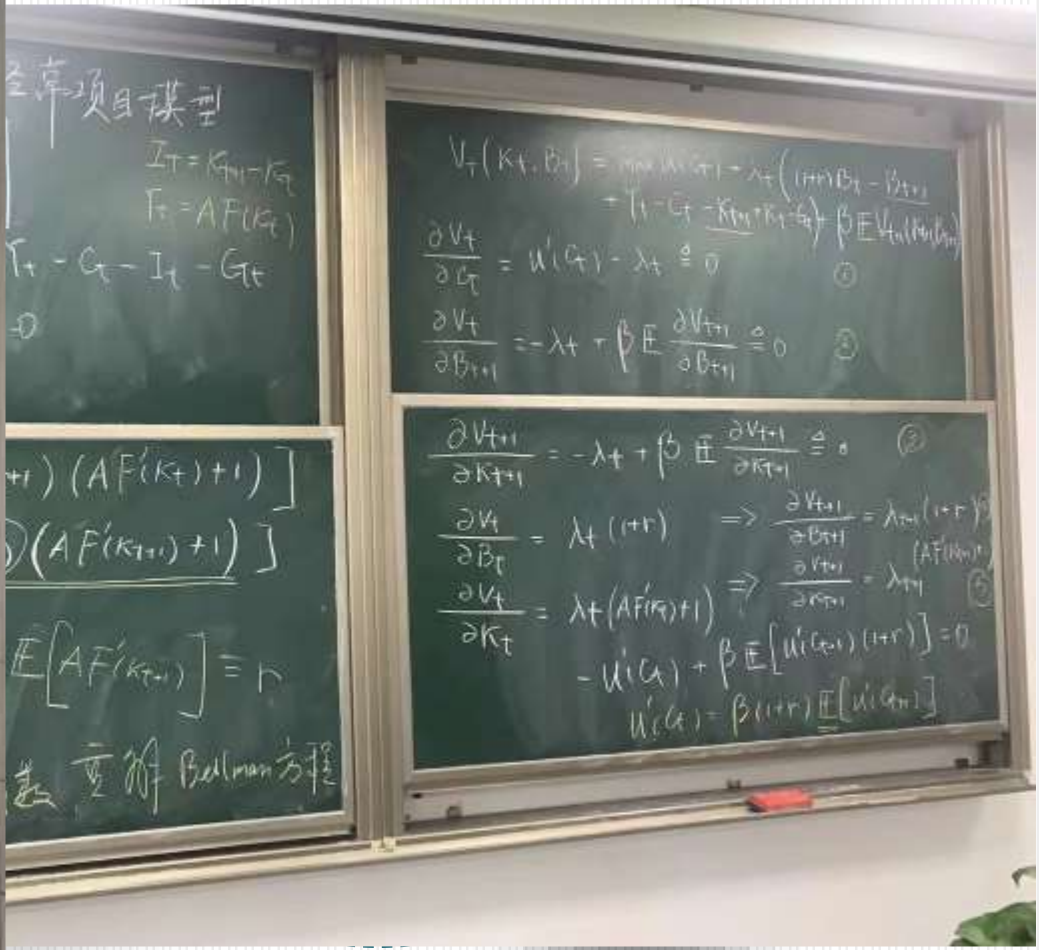
争取一懂百懂、一通百通

教学过程

课前准备 课堂实施 课后提升



图源：汇报人板书课后拍摄



图源：好友微信发给汇报人的交流板书

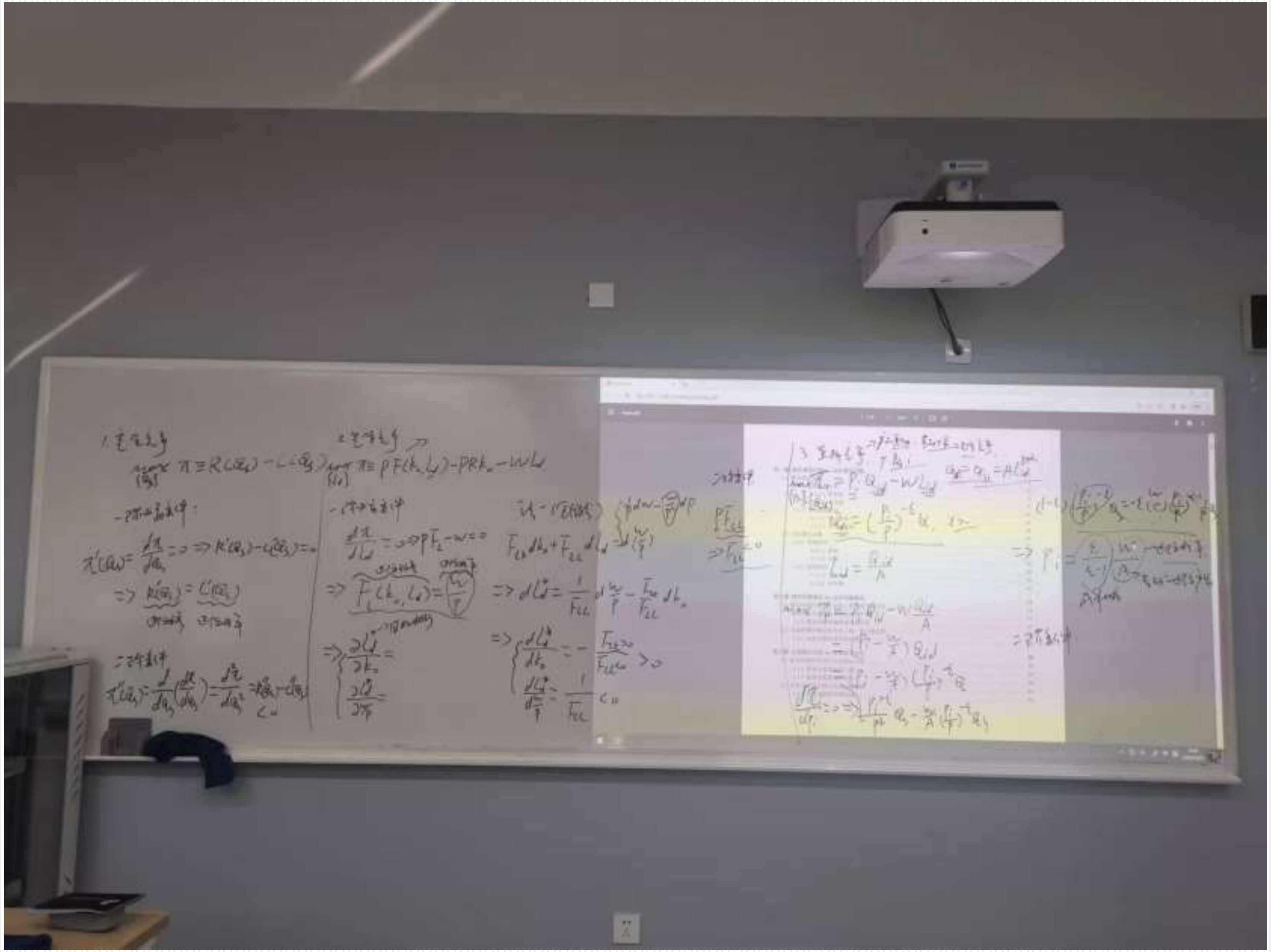
具体实施1

具体实施2

具体实施3

具体实施4

图源：汇报人板书课后拍摄



01 教材 — 找翻译错误

02 作业 — 找问题

03 微博 — 每周小结、每日一问

04 微信 — 交流讨论

YourFrienD-EMOD
10-6 12:03 来自 HUAWEI Mate 20
#【每日一问】#

给定技术、资本等变量，厂商只选择劳动这一投入要素以追求利润最大化，由此得到劳动力需求方程。

问题1，最优化问题被视为特殊的均衡分析，试用该方程分析其原因。

YourFrien-D
2023-12-27 来自 微博网页版 已编辑
#【每日一问】# #《数理经济学Ⅰ》# 温习

时间路径的收敛，意味着跨期均衡的稳定，这是比较动态分析的前提。

时间路径的收敛，意味着静态均衡的稳定，这是比较静态分析的前提。

为什么?

这牵涉到初始均衡，以及初始均衡随着参数变动成为新系统中偏离均衡的任意一点。

YourFrienD-EMOD
12-17 09:13 来自 微博网页版 已编辑
#【每日一问】#

看到这幅图会想到什么?

数据作为一种生产要素，是新时代生产函数中的关键变量。

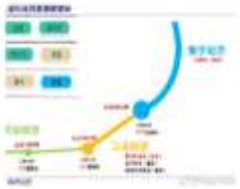
问题是如何在生产函数中引入数据这一生产要素，是像劳动力和资本一样作为可观测的变量直接引入，还是稍作处理后引入?

目前我尚未看到将数据作为投入要素的生产函数?

有学友见过的话欢迎分享。

若还没有，有学友做出来了，边际贡献就产生了。

当然，若从信息或信号的角度来理解数据的话那另当别论。收起



3 评论 9

图源： 汇报人微博

教学过程

YourFrienD-EMOD

2022-9-29 来自 微博网页版 已编辑

#《数理经济学》# （基础课）小结 & 预习

案例：

市场模型

Q^s=Q^d,

Q^d=a+bP,   a, b>0,

Q^s=-c+dp,   c, d>0.

国民收入模型

Y=C+I+G,   I=I_0, G=G_0,

C=a+bY,   a>0, 0<b<1.

上述市场模型显然是局部均衡的，问题，该国民收入模型是局部均衡还是一般均衡的？

蒋先生的教材上对矩阵代数的介绍主要为求解静态均衡，就此目标而言，假设静态均衡存在且唯一，那么矩阵可逆或矩阵非奇异是关键所在（方阵+满秩或行列式不为0），也因此应用克莱姆法则的隐含前提也是静态均衡被假设存在。在最优化和动态分析等方面也有矩阵代数的用武之地。

1）经济系统由简化形式方程及结构方程（方程右边存在内生变量，即两个或两个以上的自变量之间并非独立）构成，均衡解为显性的简化形式方程，易进行比较静态分析。

2）经济系统由简化形式方程及结构方程构成，当均衡解难以表达为显性的简化形式方程，则要做比较静态分析稍微麻烦。 收起

YourFrienD-EMOD

2022-10-27 来自 微博网页版

#《数理经济学》# （基础课）小结 & 预习

上周，讲的仍是无约束目标函数的最优化问题，从单个选择变量到多个选择变量上。

单个变量也好，多个变量也罢，判断极值的简单方法仍是微积分思想。判断的依据简单明了。但在解释上，多个变量时变得稍显复杂，除了单个变量时驻点可能是极值点与拐点外，还可能是鞍点（一个切面上是极大值而另一个切面上是极小值）。

所用数理经济学的教材上对充分条件的介绍稍显简单，我备课时也未留意到，上课时只根据书上的论证一笔带过，还是学生们指出了问题，并提醒我在此方面的介绍存在模糊之处。专门的数学书籍对此问题有严格论证，但我淡忘了。

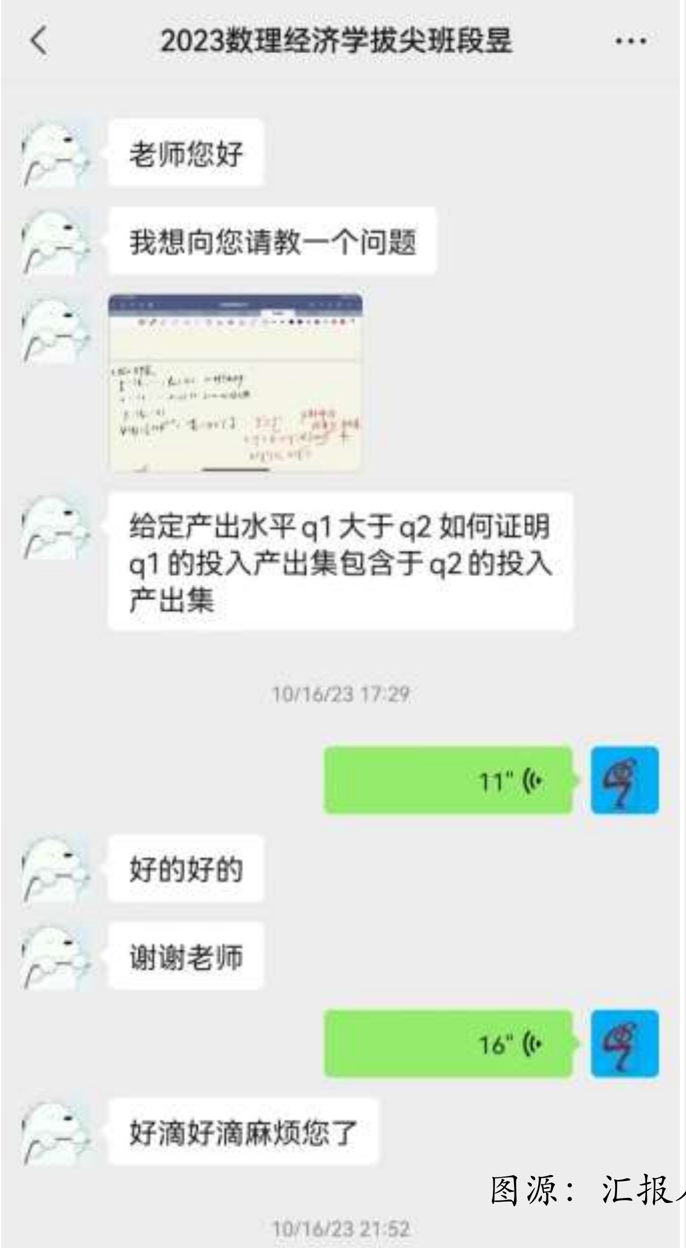
这让我想起之前有外校老师得知我们这给本科生安排高宏选修课时表现出的惊诧。从学生们敏锐地发现问题和提出问题的情况来看，我们的本科生完全有能力选修高宏课程。既如此，自然，最后学生们能否从高宏的学习中有所收获，很大程度上取决于教师是否对高宏的知识体系真正了然于心、烂熟于胸。

从过去两年我给本科生上高宏的情况来看，我并不确定学生们到底学到了多少，或许他们掌握得仍是皮毛。果真如此的话，根本原因还在于我这个教师的水平仍有待提高，这毋庸置疑。怎么来判断学生学到的并非皮毛而有高质量的收获呢？我提出过一个参考标准，那就是当学生们继续深造时，无论去国内外哪所高校听什么级别的教师介绍同类知识时，都不会觉得陌生茫然和手足无措，能很快地融入，快速地衔接。这个标准是站在学生的角度来看的，也只有学生到了那样的环境之后，才能给出在他们之前的学习中是否有所收获或有多少收获的答案。

回到上述多个变量极值问题的充分条件上。既然单个选择变量时可用泰勒展开（邻域）帮助理解拐点并确立极值点的充分条件，课后我想到此法同样可帮助理解多个选择变量时的鞍点（和拐点）并确立极值点的充分条件。

具有等式约束的目标函数的极值问题，二阶充分条件的判断工具，由原来的海塞矩阵变成了海塞加边矩阵，加边的由来正是等式约束，但为什么增加等式约束后就需加边，这是本周要介绍的重点。当然，再次强调，此结论仅是经济分析的一个工具。 收起

图源：汇报人微博



图源：汇报人微信(授权同意)

教学过程

课前准备　课堂实施　**课后提升**

数理经济学拔尖班2023(31)

今天留下的下次会再回顾交流的问题有：

1）讨论古典模型均衡稳定性时劳动力供需方程哪去了？

2）讨论古典模型均衡稳定性时为什么关于特征根的一元二次方程的常数项和一次项系数为正就可以？

3）多变量一阶泰勒展开和全微分方法再带你们熟悉一下。

4）另外还要提醒的是，外生变量和参数都是变量，不是常数。但简单起见，会假设参数固定，因此参数的微分为0。作比较静态分析时，若有多个外生变量或参数，会给定其他外生变量不变（参数可能已经假设不动），只讨论某一个外生变量的变动如何导致某个或所有均衡内生变量的变动，所以其他外生变量和参数的微分皆为0。

5）只有均衡内生变量会是外生变量的函数，外生变量可以任意给定，因此它不会是均衡内生变量的函数，否则它就不是外生的。换言之，外生变量只能作为系统中的原因，不会成为系统中的结果。

数理经济学拔尖班2023(31)

除了介绍比较静态分析之前，稍微调整了一下顺序，先讲了一点均衡的稳定性外，我们都是按照书本的顺序在推进的。为什么调整这个顺序，我解释过多次，因为这样更严谨，比较静态分析要有意义，先要讨论均衡是稳定的，这里是有点难的，我也说过，仅作了解即可，知道有这么回事就行。

我们虽然会以教材为主，但不代表唯教材至上，毫不更改地照搬照抄，照本宣科，如果这样的话，还需要老师干什么呢？目前我们有更严密的推进逻辑，介绍的也比书上更清晰明朗。当然，为了让你们熟悉教材，我也讲过，最后讲完最优化，我会从头到尾带着你们再把书翻一遍，查漏补缺，该补充的也再补充介绍一下。

另外，若需要跟这个书上一样推进路径的讲义，其实我个人教学主页也早挂上去了。

这个超链接点进去就有，第一篇是介绍性知识的，原书作者没提供讲

数理经济学2023周二12-14(39)

今天论坛上看到的，稍微翻翻就好，我们并不会用到太多高数上的知识点，但难度基于上仅限于高数。

10/6/23 16:49

课外思考题。

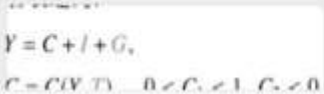
主要是第二问，第一问还没讲到。

就是我列过几次的古典模型中的第二个方程。

10/10/23 18:43

cbsybgm invited vwv. to the group chat

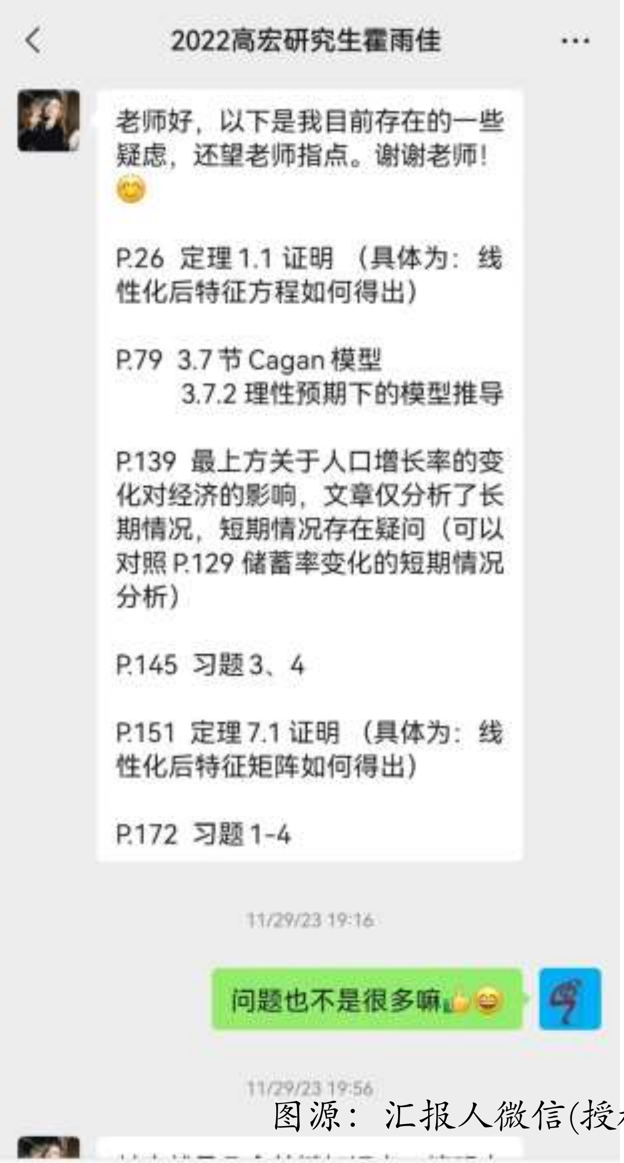
10/11/23 07:31



图源：汇报人微信

教学反思

令人鼓舞的一面(本院、本校、本市、长三角有师生亲睐)



图源：汇报人微信(授权同意)

教学反思

令人鼓舞的一面 (全国有学友关注)

图源：汇报人微信微博专著

教学反思

令人鼓舞的一面 (全球有同行留意并曾得到著名学者鼓励)

SER: You have been registered on the The Singapore Economic Review website

From : The Singapore Economic Review (SER) <em@editorialmanager.com>
(Sent by em.ser.0.816e06.06ae34ac@editorialmanager.com)
Time : Friday, Feb 17, 2023 10:19 AM
To : Yanfei Deng <dengyf@sufe.edu.cn>

Full-text Translation |

Dear Dr. Yanfei Deng,

You have been registered for the Editorial Manager online submission and peer review tracking system for The Singapore Economic Review. You may have been registered for one of the following reasons:

-The editor would like you to review a submission (you will receive a separate review invitation)

-You authored a submission that was received outside of this submission system

Here is your username and confidential password, which you need to access the Editorial Manager at https://www.editorialmanager.com/ser/.

Username: YanfeiDeng
Password: https://www.editorialmanager.com/ser/l.asp?i=308607&l=YKEDORTF

Please save this information in a safe place.

You can change your password and other personal information by logging into the The Singapore Economic Review website and clicking on the Update My Information link on the menu.

Best regards,

The Singapore Economic Review

Review for Journal of Asian Economics - invitation reminder

To : Yanfei Deng

Full-text Translation |

This is an automated message.

Manuscript Number: ASIECO-D-22-00380
Does Digital Finance Change the Stability of Money Demand Function? Evidence from China
Minghua Zhan; Shuwei Zhan; Lijun Wang; Yao Lu

Dear Dr. Deng,

On Feb 11, 2023 we invited you to review the above referenced manuscript as we believe it falls within your expertise and interest. This message is to remind you of this invitation as we have not yet received your agreement to review. The abstract for this manuscript is included below.

You should treat this invitation, the manuscript and your review as confidential. You must not share your review or information about the review process with anyone without the agreement of the editors and authors involved, even after publication. This also applies to other reviewers' "comments to author" which may be shared with you on decision (and vice versa).

Please respond to this invitation at your earliest opportunity.

If you would like to review this paper, please click this link:

https://www.editorialmanager.com/asieco/l.asp?i=102188&l=7W2ZB8MN

If you have a conflict of interest or do not wish to review this paper, please click this link:

https://www.editorialmanager.com/asieco/l.asp?i=102189&l=OPXY1X4E

If you decline to review, we would appreciate your suggestions for alternate reviewers.

If, for any reason, the above links do not work, please log in as a reviewer at https://www.editorialmanager.com/ASIECO/.

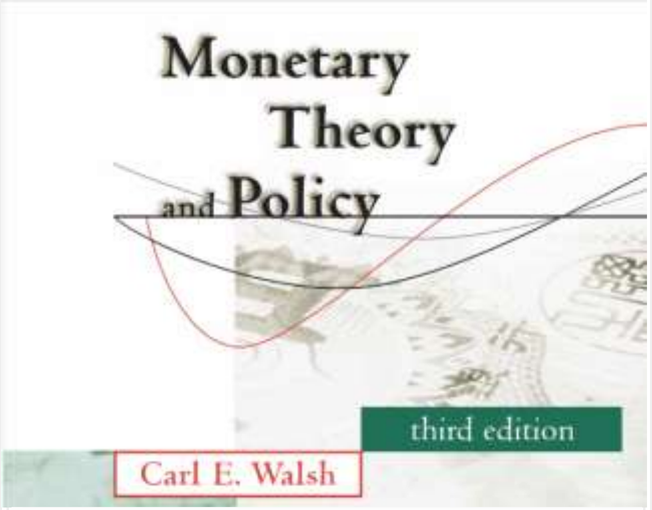
Since timely reviews are of utmost importance to authors, we would appreciate receiving your review within 30 days of accepting this invitation.

We hope you will be able to review this manuscript.

Thank you in advance for your contribution and time.

Kind regards,

Journal of Asian Economics



Hide

From: walshc@ucsc.edu
walshc@ucsc.edu
(Sent by cewjlw@gmail.com)

To: dengyf@fudan.edu.cn
dengyf@fudan.edu.cn

Time: 2020/6/16 05:29

ATCH: SolutionsManual_MTP4thedition.pdf

Hi Yanfei,

That looks like an impressive set of lecture notes. I'm attaching the solutions for the 4th edition. Please do not share or circulate without my permission.

Carl

图源： 汇报人邮件

教学反思

还可以做得更好

整个学期的课需要板书时都能一气呵成

传统教学

信息化教学

录课全网公布

教学反思

如何让学生更有兴趣地学且更有收获

丰富教学方式：多元化、抽象问题具体化

Home Research Teaching Reading Codes Economists Failure

Yanfei Deng's Page

Lecturer of Macro-Finance, ZUFE

Ph.D. in Finance, ECNU-UA

Research Interests

- Irrational Expectations and Rational Expectations
- Rational Learning and Reasonable Learning
- Information Theory and Control Theory
- Monetary Policy and Fiscal Policy
- Micro Data for Macro Theory
- Open-source Computational Economics with Julia

What's New?

Mathematical Economics Ⅰ&Ⅱ (Autumn, 2021-2023)

- Stages
- Lecture Notes
- References
  - Fundamental Methods of Mathematical Economics (C and Wainwright)
  - Foundations of Economic Analysis (Paul A. Samuelson)
  - Mathematics for Economics (Paul Schrimpf)
  - Mathematics for Economists (Dieter Balkenborg)
  - Math Camp Notes (Joshua Wilde)
  - The Structure of Economics: A Mathematical Analysis (Silberberg and Suen)
  - An Introduction to Optimization (Chong and Żak)
  - Elements of Dynamic Optimization (Alpha C. Chiang)
  - Analysis and Control of Dynamic Economic Systems (Gregory C. Chow)
  - Dynamic Optimization (p.259 Continuous Time DP) (Kamien and Schwartz)

图源：汇报人教学主页

教学反思

如何学有所用

教师自身

教学科研更好地统一，相互支撑助力出好成果

准备找工作的同学

指出书本知识对他日做好工作在方法论和思维方式上的帮助

准备深造的同学

书本知识与前沿论文的联系

考评如何更有效

上课表现

上台答题加分
提问难倒老师加分

上机表现

来年考虑增加计算机建模和模拟求解等

期末测试

对学生考评的创新主要体现在期末考试的题目上，一般分三个题型：简答、简算和论述。创新之处集中体现在简答和论述题上，简答题**强调对多个同类知识点的理解和掌握的通透**上，论述题需对理论模型熟练，回答时需要用到方程和函数但问卷中不会给出，需要**学生答题时自行建构**。

汇报人
学术简介

邓燕飞
（1）浙江财经大学经济学院讲师
（2）华东师范大学经济学（金融学方向）博士
复旦大学理论经济学师资博士后

所授课程
（1）本科生：数理经济学、高级宏观经济学、时间序列分析
（2）硕士研究生：高级宏观经济学、随机分析、 文献阅读与综述
（3）博士研究生：高级宏观经济学、学术论文写作方法

代表作
（1）《经济学（季刊）》（2022年9月第22卷第5期，第一作者）
（2）《管理世界》（2017年9月，第一作者、通讯作者）
（3）工作论文，两篇外审中
（4）工作专著，两本进行中

汇报完毕

请评委专家批评指正！

二0二四年一月十六日